CENTRO EDUCATIVO VILLA FLOR
Cuarta guía de Matemática II semestre

Disciplina: Matemática
Nivel/grado: Décimo A
Nombre del profesor responsable de disciplina: Flor de María Salgado García
Datos de contacto: salgadogarciaflordemaria@gmail.com / 86527172 (claro)

Estimados padres, madres de familia, estudiantes; la presente guía N° 4 de matemática para II semestre, tiene como propósito afianzar conocimientos que se han venido adquiriendo en este proceso; espero que al contestar las mismas puedas tomar de apoyo todas las fuentes necesarias, incluyendo atenciones y videos enviados, ya que lo hacemos con el propósito de mantener la calidad educativa. En la misma se presenta explicaciones de los ejercicios y se le adjuntará un video para cada tema.

Evaluación: El alumno deberá resolver en hoja aparte todos los ejercicios donde sale RESUELVA.

Unidad VII: Introducción a la trigonometría

Tema: Relaciones entre seno, coseno y tangente.

Indicador de logros: Aplica las relaciones entre seno y coseno para ángulos agudos en la resolución de situaciones en diferentes contextos, con seguridad.

Contextualización:

- Relación entre $sen\ A$ y $\cos(90° - A)$, $cos\ A$ y $\text{sen}(90° - A)$

Dado cualquier triángulo rectángulo ABC con un ángulo agudo A, se cumple que:

$$\boldsymbol{sen\ A = \cos(90° - A)} \qquad \boldsymbol{cos\ A = \text{sen}(90° - A)}$$

Ejemplo:

a) Exprese $sen\ 36°$ como el coseno de un ángulo agudo mayor de 45°

$\boldsymbol{sen\ A = \cos(90° - A)}$

$sen\ 36° = \cos(90° - 36°) = \cos 54°$

b) Exprese $\cos 36°$ como el seno de un ángulo agudo mayor de 45°

$\boldsymbol{cos\ A = \text{sen}(90° - A)}$

$cos 36° = sen(90° - 36°) = sen 54°$

- Relaciones trigonométricas $\tan \text{A} = \frac{\text{sen A}}{\cos \text{A}}$ y $\text{sen}^2\text{A} + \cos^2\text{A} = 1$

Dado cualquier ángulo agudo A, se cumple que: $\tan A = \frac{sen\ A}{\cos A}$ $\qquad sen^2 A + cos^2 A = 1$

Ejemplo: Calcule $\cos A$ y $\tan A$ si $0° < A < 90°$ y $sen\ A = \frac{4}{5}$

Solución: Sustituimos $sen\ A = \frac{4}{5}$ en $sen^2 A + cos^2 A = 1$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 A + cos^2 A = 1$$

$$cos^2 A = 1 - \frac{16}{25}$$

$$cos^2 A = \frac{9}{25}$$

$$\sqrt{cos^2 A} = \sqrt{\frac{9}{25}}$$

$$cosA = \frac{3}{5}$$

Luego

$$\tan A = \frac{sen\ A}{\cos A} = \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

Por tanto $cosA = \frac{3}{5}$ y $tanA = \frac{4}{3}$

RESUELVA:

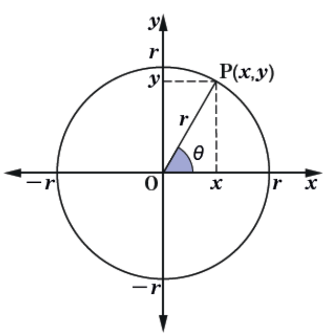
1. Exprese sen 24°
2. Exprese cos 75°
3. Exprese sen 82°
4. Calcule sen A y tan A si $0° < A < 90°$ y $cos\ A = \frac{4}{5}$

Unidad VIII: Funciones trigonométricas.

Tema: Funciones trigonométricas y determinación de los valores de estas para un ángulo cualquiera.

Indicador de logros: Aplica las funciones trigonométricas de un ángulo cualquiera en la resolución de situaciones en diferentes contextos, con responsabilidad.

$$\mathbf{sen}\ \theta = \frac{y}{r}, \quad \mathbf{cos}\ \theta = \frac{x}{r} \quad \mathbf{y} \quad \mathbf{tan}\ \theta = \frac{y}{x}$$



Para determinar los valores que toman las funciones trigonométricas para un ángulo θ, se debe tener en cuenta el cuadrante en el que se ubique el lado terminal $\overrightarrow{OP}$ de θ, las coordenadas (x, y) del punto de intersección P de la circunferencia de radio $r = OP$ y las definiciones de las funciones trigonométricas.

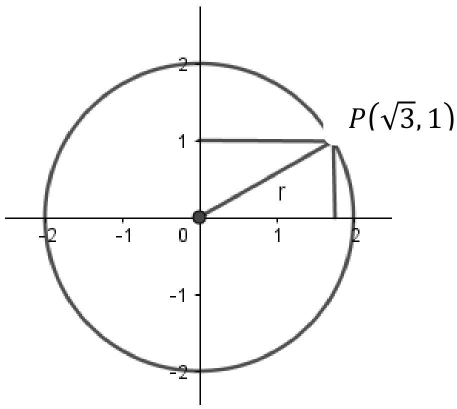
Ejemplos:

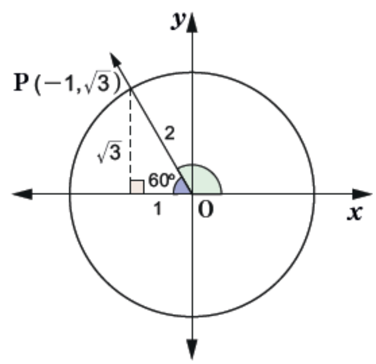
2. Trace el lado terminal $\overrightarrow{OP}$ para el ángulo θ y exprese los valores de las funciones trigonométricas considerando: $P(\sqrt{3}, 1)\ y\ r = 2$

1. Determine los valores de las funciones trigonométricas para el valor de $\theta = 120°$

$$\textbf{sen } \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos\theta = \frac{x}{r} \ \text{ y } \ \tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\text{sen } 120° = \frac{\sqrt{3}}{2}, \ \cos 120° = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} \ \text{ y } \ \tan 120° = \frac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}.$$

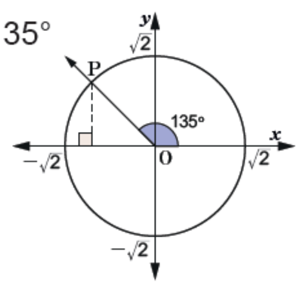




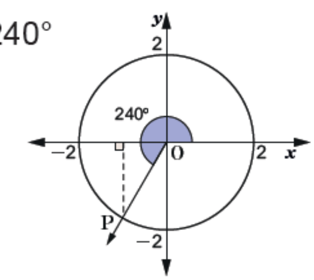
RESUELVA:

1. Trace el lado terminal $\overrightarrow{OP}$ para el ángulo θ y exprese los valores de las funciones trigonométricas considerando: $P(-1, \sqrt{3}) \ y \ r = 2$
2. Determine los valores de las funciones trigonométricas para el valor de θ:

a) $\theta = 135°$



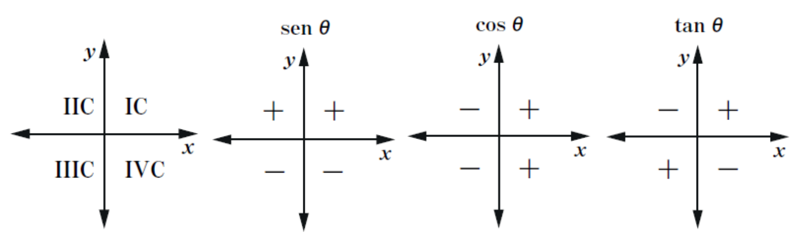
b) $\theta = 240°$



Tema: Signos de las funciones trigonométricas.

Indicador de logros: Aplica las funciones trigonométricas de un ángulo cualquiera en la resolución de situaciones en diferentes contextos, con responsabilidad.

	I C	II C	III C	IV C
sen θ	+	+	−	−
cos θ	+	−	−	+
tan θ	+	−	+	−



Ejemplo: Determine el cuadrante en que se ubica el lado terminal de θ, si $tan\theta > 0$ y $cos\theta < 0$.

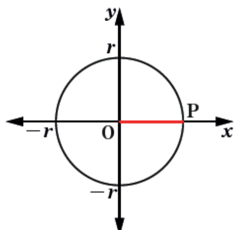
Solución: $tan\theta$ es mayor que cero en el I y III cuadrante y $cos\theta$ es menor que cero en el II y III cuadrante. Por lo tanto es el III cuadrante que se cumple simultáneamente que $tan\theta > 0$ y $cos\theta < 0$.

RESUELVA: Determine el cuadrante en que se ubica el lado terminal de θ, si:

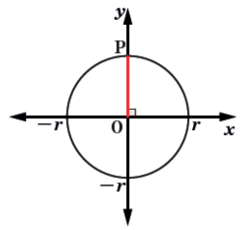
$tan\theta > 0$ y $cos\theta > 0$ $\qquad$ $tan\theta < 0$ y $sen\theta < 0$

Tema: Valores de las funciones trigonométricas para los ángulos especiales 0°, 90°, 180°, 270° y 360°.

Ejemplo: Determine los valores $sen\theta, \cos\theta \ y \tan\theta$ para los ángulos de 0° y 90°.



Cuando $\theta = 0°$, P tiene coordenadas $P(r,0)$



Cuando $\theta = 90°$, P tiene coordenadas $P(0,r)$

$\text{sen } 0° = \frac{0}{r} = 0$	$\text{sen } 90° = \frac{r}{r} = 1$
$\cos 0° = \frac{r}{r} = 1$	$\cos 90° = \frac{0}{r} = 0$
$\tan 0° = \frac{0}{r} = 0$	$\tan 90° = \frac{r}{0}$ NE

En todos los casos, los lados terminales quedan sobre los ejes de coordenadas, a estos ángulos se les llama **cuadrantales**. Se sustituyen los valores correspondientes para θ, x, y y r en $\textbf{sen } \theta = \frac{y}{r}$, $\cos\theta = \frac{x}{r}$ **y** $\tan\theta = \frac{y}{x}$, se puede completar la tabla así:

RESUELVA: Determine los valores $sen\theta, \cos\theta \ y \tan\theta$ para los ángulos de 180°, 270° y 360°.

Tema: Relaciones entre seno, coseno y tangente.

Indicador de logros: Resuelve situaciones en diferentes contextos, que involucren las relaciones entre seno, coseno y tangente con actitud crítica.

Se pueden establecer las siguientes relaciones: $tan\theta = \frac{sen\theta}{cos\theta}$ $\qquad$ $sen^2\theta + cos^2\theta = 1$

Ejemplo: Si el lado terminal del ángulo θ se encuentra en el IV cuadrante y $cos\theta = \frac{4}{5}$, determine $sen\theta \ y \ tan\theta$.

Sustituimos $cos\theta = \frac{4}{5}$ en $sen^2\theta + cos^2\theta = 1$, tenemos que:

$$sen^2\theta + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \qquad sen^2\theta = 1 - \frac{16}{25} \qquad sen^2\theta = \frac{9}{25}$$

Como el lado terminal es en el IV cuadrante, $sen\theta < 0$. Así, $sen\theta = -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$

Ahora sustituimos $sen\theta = -\frac{3}{5}$ en $tan\theta = \frac{sen\theta}{cos\theta}$ y obtenemos:

$$tan\theta = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = -\frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = -\frac{3}{5} \div \frac{5}{4} = -\frac{3}{4}$$

RESUELVA:

1. Si el lado terminal del ángulo θ se encuentra en el IV cuadrante y $cos\theta = \frac{3}{4}$, determine $sen\theta \ y \ tan\theta$.
2. Si el lado terminal del ángulo θ se encuentra en el III cuadrante y $sen\theta = -\frac{3}{5}$, determine $cos\theta \ y \ tan\theta$.

Tema: Relación entre las funciones trigonométricas.

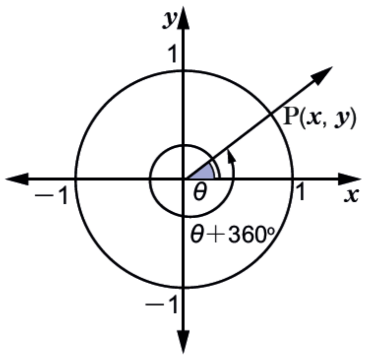
Indicador de logros: Resuelve situaciones en diferentes contextos, que involucren la relación entre las funciones trigonométricas con actitud crítica.

<u>Relaciones trigonométricas:</u>

$$\textbf{sen}\ [\theta+360°(n)] = \textbf{sen}\ \theta$$

$$\textbf{cos}\ [\theta+360°(n)] = \textbf{cos}\ \theta$$

$$\textbf{tan}\ [\theta+360°(n)] = \textbf{tan}\ \theta$$



Ejemplo: Determine el valor de $sen\ 405°$

Como $405° = 45° + 360°$
Luego
$sen\ 405° = sen(45° + 360°) = sen45°$

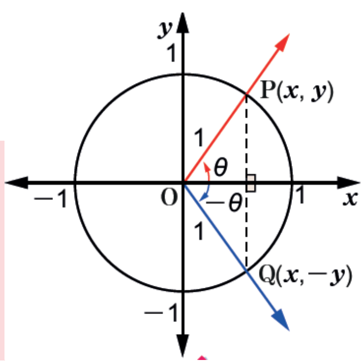
<u>RESUELVA</u>: Determine los siguientes valores haciendo uso de las relaciones anteriores:

$sen\ 420°$ $\qquad$ $tan750°$

$$\text{sen}\ (-\theta) = -\text{sen}\ \theta$$

$$\cos\ (-\theta) = \ \cos\ \theta$$

$$\tan\ (-\theta) = -\ \tan\ \theta$$



Ejemplo: Determine el valor de $cos\ (-60°)$

$\cos(-\theta) = cos\theta$
$\cos(-60°) = \cos 60° = 1/2$

Por tanto $\cos(-60°) = 1/2$

<u>RESUELVA</u>: Determine los siguientes valores haciendo uso de las relaciones anteriores:

a. $\cos(-30°)$
b. $\text{sen}(-45°)$

Referencias: Libro de décimo del MINED, videos grabados por el docente a los diferentes grupos de WhatsApp.